



JACQUES ROUBAUD

Extrait de Notes du séminaire de Poétique Comparée, intitulé Bavardages

BAV 94-1 – (4 nov 94)

@ 1 Préliminaires

@ 2 Calendrier des 6 premières séances –

@ 3 Question d'une poétique formelle – essentiellement des textes qu'on peut dire poésie. Question de la définition de la poésie, examen de certains caractères formels – description (*an acquaintance with description*) – description not explanation.

@ 4 Ce sont des bavardages –

@ 5 Chaque année self-contained.

@ 6 Préliminaires : exploration de 'notions utiles'.

@ 7 Suite des années précédentes : 91 – mémoire – 92 – nombre – 93 – temps – quelques hypothèses sur la poésie – dans chaque cas il s'agit d'étudier la notion en vue de la poétique, donc de la situation propre à la poésie.

@ 8 Antérieurement, avec quelques publications plus ou moins 'publiques' – le sonnet français, (et accessoirement italien) – la canso des troubadours – l'alexandrin – le pentamètre iambique anglais – le tétramètre iambique russe – la métrique arabe classique – la rapportatio – la notion de rythme –

@ 9 Point de départ de cet ensemble de travaux : la TRAM de Pierre Lusson.

@ 10 Le lieu de ces bavardages. Commentaire.

@ 11 Cette année: quelques formes poétiques. (mètres et contraintes peut-être)

@ 12 Ultérieurement: prose récit, biographie, autobiographie – mélancolie, méditation, mémoire –

@ 13 Je ne vais pas commencer par un résumé des chapitres précédents. A l'occasion je reviendrai sur quelques points traités dans les autres bavardages.

@ 14 Je donnerai de temps en temps des espèces de remarques ou maximes prises dans un stock que j'ai accumulé au cours du temps.

@ 15 En particulier parce que j'ai omis, faute de temps, les autres années, certains développements utiles. Exemple : Pythagore.

@ 16 Digressions.

@ 17 Exemples: lectures de poèmes, et autres.

@ 18 Cette année : la question centrale sera celle de la **rime**.

@ 19 A la différence des 3 séquences précédentes de bavardages je n'étudierai pas la notion de forme dans ses différents aspects généraux (donc je le ferai, éventuellement, une autre année) mais je commencerai, en quelque sorte, par du 'concret' (degré de généralité moindre). (see Ehresman)

@ 20 Et je vais étudier le phénomène de la rime dans quelques situations particulières, ce qui impliquera l'examen de quelques formes. La forme privilégiée sera celle du sonnet, mais située dans un ensemble de formes étudiées du point de vue non seulement de leur anatomie mais aussi de leur genèse et histoire.

@ 21 Je ne traiterai donc des mètres et des contraintes que relativement à l'aspect choisi principal.

@ 22 Déjà écrit sur le sonnet. Théta, soleil du soleil.

@ 23 Je donnerai quand il le faut quelques indications de lectures.

@ 24 Il serait bon de faire des exercices de composition, d'analyse, d'écriture sous contrainte. Il s'agit là d'une suggestion seulement, bien sûr.

@ 25 J'aborderai à l'occasion le problème de la composition poétique contemporaine.

@ 26 Capel Lofft – *LAURA, an Anthology of Sonnets (on the Petrarchan Mode) and elegiac Quatorzains: English, Italian, Portuguese, French and German, original and translated. 1812*

@ 27 Vida – 1751–1824 – (cah 2233 d'après le DNB) –

@ 28 *Miscellaneous writer, son of Christophe L., private secretary of Sarah, Duchess of Marlborough and Anne, daughter of Edward Capell, the editor of Shakespeare. He was born in Boswell Court, London. Day-boy at Eton. 1769 at Peterborough, Cambridge. Called to the bar, 1775. Independent fortune at the deaths of his father and uncle. Studied political law, was a strong whig, took part in the agitation against the slave-trade and opposed the American war. An admirer of Fox. Boswell: « the little David of popular Reformation » (Life of J.). His name was struck off the roll of magistrates in 1800 because of «improper interference ' in trying to save the life of a girl condemned to death for a paltry theft. Was a staunch supporter of Napoleon who said «qu'il compterait toujours mr Capell Lofft parmi ses amis les plus affectionnés ». Attempted in 1815 to issue a writ of habeas corpus for the body of Napoleon, then detained as prisoner on board the Northumberland in Plymouth harbour. Died in Italy after retiring.*

@ 29 *L. was a classical scholar, a great lover of literature, a natural philosopher, an enthusiast in music, an authority in botany, and a skilled astronomer. He made an observation (6/1/1818) supposed to indicate the transit of a planet inferior to Mercury, but now generally supposed to have been a sun-spot.*

@ 30 *A smooth, upright, eccentric and boyish-looking figure, he had every possible disadvantage to contend with as a public speaker: his dress was slovenly and unfashionable, his voice was feeble, his sentences involved.*

@ 31 *He married 1802 Sarah Watson, authoress of many sonnets in her husband's Laura.*

@ 32 *Some works – Elements of universal Law, 1779 – preface to and Argument on the Distinction between Manslaughter and Murder, 1791 – On the revival of the Cause of Reform in the Representation of the Commons in Parliament, 1809 – Aphorisms from Shakespeare 1812 – and, last but not least, LAURA ...*

@ 33 1000 s. longue introduction.

@ 34 Preface.

@ 35 *I have nam'd the Selection, LAURA: in affectionate and respectful remembrance of Petrarch, and of the mysterious Passion, to which we owe that the SONNET has such celebrity; and to which, in a great measure, we are indebted for the Taste and Refinement form'd and diffus'd by his delicate and cultivated Genius, by whose peculiar amenity, purity, tenderness, calm and graceful elevation, the Style, the Poetry, the Sentiment and the Manners of Italy, and progressively of Europe, have been so happily influenc'd.*

@ 36 *A further Consideration had its share in determining the choice of the Name: which is, that many FEMALE POETS have grac'd this elegant department of Poetry: many of whose beautiful Productions will be found in these Volumes.*

@ 37 *Having said this much of the Name of this Publication, I wish to speak more in the Detail of the Genus of Poetry of which it is compos'd – SONNETS and QUATORZAINS.*

@ 38 *These agree in one general Character; – that of being Poems limited to fourteen lines. In every other which has respect to their Form they are essentially different.*

@ 39 *The Sonnet is a perfect Lyric Composition: consisting of a POEMATIUM, or small Poem, of a determinate length, divided into two Systems: the one of EIGHT, the other of six verses: the major System consisting of a double Quadernario, or Quatrain, of two Rhimes twice repeated in each Division; the Minor of a double Terzino, Ternary, or Terzeite, interwoven by having one line in each of its Divisions, which has a corresponding line rhiming to it in the other.*

@ 40 *Such is the Sonnet in its strict Form.*

@ 41 *(list of authors) I have not mention'd Shakespeare as an Author of the strict SONNET: because his Poems are rather reducible under the class of Quatorzains than of strict Sonnets.*

@ 42 *And even those of Spenser, as we shall see hereafter, are Sonnets of the second or imperfect order: which although beautiful even in Rhythm, and exceedingly so in Sentiment and Images, are not conform'd to perfect guidonian and Petrarcian Model.*

@ 43 *From this Account two circumstances are naturally, as I think, deducible: one, that the Sonnet, has a close Analogy to the regular Grecian Ode with its major and minor, its odic and epodic System, its Strophe and Antistrophe; the other, that besides this it has another yet more particular and more curious Analogy to Music.*

@ 44 exemples 1,2 Pétrarque sonnet 1 du canzoniere & la traduction de Vasquin.

@ 45 *It's musical Analogy, as appears to me, is this: – that it has it's Major System divided into a double Tetrachord, and it's Minor into a Hexachord or double Trichordon. That the relations of Rhimes in the Major System answer to the order of Tones and Semitones in the*

Graver System of Flat Key; the divided Rhimes in each quadernario standing for the Tones; the diminisht Interval immediately successive representing the Interval produc'd by the half Tones. And in order to maintain this resemblance these Rhimes are consecutive. It is very curious that the leading Rhimes of the Octave are the 1st, 4th, 5th 8th which composed the full harmonic Chord of the Grecian Music. To which may be added, that the fixt Arrangement of Rhimes in the first Division of the Sonnet suggests a resemblance to the TONI STANTES; and the more variable Arrangements of the 2nd or terzine Division to that of the TONI MOBILES in antient Music.

@ 46 It is true that even Petrarch does not always adhere to the same Arrangement or Rhimes in the first Division. But it constitutes the first and foremost comprehensive SPECIES of the Petrarcan Sonnet. And this is called RIMA CHIUSA: or The Close Rhime; having it's conjoint Rimes closed on each side by the first and 4th of each Tetrastich or quatrain: or 1st, 4th, 5th and 8th of the entire Octave.

@ 48 It is somewhat curious that two Guidi, or Guittonni, both of Arezzo, the birthplace of Petrarch, appear as the Father, one of the modern System of musical Notation and Solmization, and the other of the Sonnet.

@ 49 digression : sur Guido d'Arezzo –

@ 50 The first Guido of the two ... divided the two antient Tetrachords into one Octave denoted by the first seven letters of the Alphabet for the septenary Series of the Tones and Semi-Tones in the order: C D E F G A B . He then completed the Octave by adding the first repetitionary Note of the recurrent Series, c. which went on in small letters, d, e, ... To these he subjoined the Hexachord; in the chord of a Major sixth

c d e f g a c da capo

ut re mi fa sol la ut ...da capo

and then subjoining, as an hypoproslambanomeros (in imitation of the Pythagorean Supplement) an added Note below, he called his scale the Gammut: Gamma, the Greek G; and ut, the C.

@ 51 Now, this octave and Hexachord united form the actual Division of the Guidonian Sonnet, which has also its double Tetrastich and its Hexastich, ... As there were but six characters in the Hexachord Division for seven sounds, it was necessary to change occasionally the signification of these Characters to represent the omitted semitone. And this change was called a Muance by the early French Masters. And hence possibly the minor or hexachord System of the Sonnet Laws had more freedom of variation than the Octave.

@ 52 the analogy and correspondance between the musical System and the poetic in the forms of the Sonnet is so peculiar, that we have cause to suspect that it was design'd; and not merely a very striking and agreeable coincidence.

@ 53 From the structure of the Sonnet, as here described, it will readily be seen, and by the judgment of the ear, independently of all hypothesis, it will be felt, that it is not an arbitrary and casual, but a refin'd and harmonious system of composition: a Genus or Rhythmical Arrangement at once determinate and perfectly unique; constructed by those who were conversant in the happiest Analysis both of Poetry and the sister-Art.

@ 54 *That it consists of fourteen lines for a better and more appropriate Reason than that of its being a short Poem which was to have some limits, and might therefore be as well limited to fourteen as to thirteen or fifteen: for merely as a short Poem there was no necessity, nor much apparent reason that it should have any precise limits; three or four lines more or less could not be material in this view: – any number, at least from two to twenty, might have satisfied that idea.*

@ 55 *But we see, from the Analysis of it's Form, that the necessity of it's consisting of fourteen lines is included in it's Nature, the Laws of it's Construction; and the musical Analogy whence probably those Laws were suggested, by this Arrangement, though more complex, is as much fixt as the hexameter and Pentameter alternate of the classic Poetry of Greece and Rome.*

@ 56 *Chains they have been call'd; and compar'd even by Authors of unquestionable Taste and Poetic Genius, to the Wings and Eggs and Axes of the Old Poets; as alike burthen-some, capricious, and uncondusive to the Harmony of Versification. Chains they are: and so is all Verse: but when it is consider'd how delicate, how soft, and how beautiful these chains, how gracefully and with what pleasure they have been worn by a numerous and illustrious succession of Poets, for more then six centuries, they are Chains which like those of Love a Poet will not be easily persuaded to throw aside.*

@ 57 *The italian grammar of Mr. Professor Fernow of the University of IENA ... accompanied by a very ingenious Table to illustrate the various modification practis'd in the Arrangement of Rhimes.*

@ 58 *Etudie les mètres et aussi la disposition dans la page.*

@ 59 *In modern Publication little attention seems in general to have been paid to the Principles of Construction itself which peculiarly characterizes the Sonnet: and little, consequently, could be paid to the arrangement of the rimes. The Arrangement us'd in this collection is determin'd by one simple, clear, and invariable Pinciple: that of the arrangement of the Rhimes. By this, in the original Form of the Sonnet, ...the 1st, 4th, 5th and 8th lines of the octave which constituted the Harmony of the Antient Music stand out, and the four other lines, as semitones, and subordinate Consonances, fall in within the Intermediates. And by this, in every possible Mode of Construction the Advantage is obtain'd of ascertaining at once the order and succession in the recurrence of the Rhimes. In all the Diversity of Forms, the Variety of Collocation answers to the Variety of the Rhimes: and in translated Sonnets compared with their originals, the difference or agreement in the arranging of the head of the lines immediately discovers whether and how far the Translation agrees with the Original, of differs from it, in that respect.*

@ 60 *This Mode appears, in my apprehension, agreeable to the eye, and, in its effects, to the ear; as it assist the Reader by enabling him to anticipate the Modulation. ...*

@ 61 *In this selection a figure marks the Division of the minor from the major Systems: except where the Rhimes from one of them are continued through both Systems.*

@ 62 *A break, with figure, indicates the subordinate Divisions.*

@ 63 *The periods and modulations of the sonnet come next to be considr'd.*

@ 64 *The first quadernarion commonly contains a complete sense terminated with a colon: or sometimes a full stop.*

@ 65 *This quadernarion usually contains the proposition of the sonnet: on which the 2nd quadernarion amplifies or contrasts or modifies it in some striking manner.*

@ 66 *The minor system contains the solution of the proposition: some Inference or Deduction, some Statement or Resolve, some Expression of Sentiment or Affection, some Admonition, or Dehortation, resulting from the preceding Facts, Statements, or Principles.*

@ 67 *In this minor System the first Terzetta generally introduces the idea which the 2nd, constituting the close of the Sonnet, conveys in its full Extent: – and in this Close the Beauty, Sweetness, and Tenderness of the sonnet; its Dignity and Sublimity, or the Clearness, Justness, and Force of its moral Conclusions, if the sonnet be perfect in it's construction, have their consummate Effect.*

@ 68 *The Sonnet, therefore, is, as defin'd in the commencement of this Preface, a perfect Poem. It has a Beginning, Middle, and End, beautifully discriminated. The first quatrain is the beginning, the 2nd quatrain and first terzetta the middle, and the 2nd Terzetta constitutes the End. The double Consonance of the Rhimes in its major and the triple sometimes and often double of it's minor System give a Dignity and a fulness of modulation: while the Suspension of the Rhime with its return adds a graceful flow to the Period; with a character of clearness and precision, uniformity and variety, peculiar to itself.*

@ 69 *In the intermediate lines, which are, analogous to the semitones and to the less perfect consonances in Music, the rhythmical Cadence may be carried on with great advantage from one verse to the next so as to have the freedom, spirit, and poetic force of blank Verse.*

@ 70 *It has thus, with Analogy to Music, its two Movements; each or them divided into two Strains. And it is perhaps proper to observe that the Petrarchan Sonnet has all the necessary parts which constitute a perfect rhythmical whole; and none superfluous.*

@ 71 *At the end of the work there is a 'corona' of 15 s. There is a 'master' sonnet whose 14 lines begin each of the first 14 sonnets. The fifteenth beginning with the first line of the first. example 3 –*

@ 72 *Le programme de Lofft est un peu le même que le mien : un programme descriptif.*

@ 73 Intentions d'un tel programme

@ 74 *Aborder l'étude d'une forme par l'étude de régularités et variations de ce type, telle est la voie suivie.*

@ 75 *Plutôt ou d'abord le comment plutôt que le quoi. Le quoi du poème, si c'est un sonnet (mais on peut dire des choses de ce type pour beaucoup d'autres moments de poésie) et qu'il y a un quoi du poème si le poème dit quelque chose et si on peut dire quelque chose de ce que le poème dit, dans la perspective formelle, passe à travers le comment, s'y réfracte, y échappe, etc... mérite de lui être confronté; il s'agit d'un certain type d'approche. Il y en a d'autres.*

@ 76 Dans certains cas, de tel poème, on pourra 'voir' que beaucoup échappe sans cette confrontation. J'en examinerai des exemples.

@ 77 On pourra y voir aussi si on veut en quoi tout poème qui mérite ce nom (en un sens qui fait intervenir un 'jugement' de valeur) échappe nécessairement au formel. C'est là une vérification possible, une justification d'une conséquence d'une des hypothèses dont j'ai parlé sur la nature de la poésie.

@ 78 A l'approche formelle on peut aussi associer un traitement du temps, du nombre, du rythme par la poésie. On peut poursuivre ce que j'appellerai ses effets de mémoire.

@ 79 On peut aussi, en retour, interroger ces notions même, dans d'autres champs, d'une manière différente de la manière usuelle.

@ 80 L'identification des caractéristiques et mécanismes d'une forme.

@ 81 Du rôle de certaines digressions: mettre en présence d'exemples effectifs.

Le Champ des Rimes

I

@ 82 La caractéristique centrale du sonnet tel que le décrit Lofft est : sa formule de rimes de longueur 14.

@ 83 C'est par la disposition des rimes, de leur espèce, que L. commence.

@ 84 Une formule de rimes se situe dans un champ de rimes où chaque rime est identifiée différentiellement comme un événement élémentaire (il est lui-même complexe, puisque concrètement il comprend non seulement le morceau qui marque la rime mais en fait le vers tout entier (par exemple qu'il contient, intérieurement, des ée virtuels qui pourraient être rime – see règle dans l'alexandrin)). On distinguera donc l'événement rime constitutif de la formule du timbre particulier qui dans un sonnet donné 'réalise' cet événement.

@ 85 On va commencer par examiner le champ des rimes, entendues en ce sens, et la première question qui se pose est de nature combinatoire. Comment énumérer les différentes formules possibles ? Comment les dénombrer ?

@ 86 Y en-a t-il beaucoup, ou peu ?

@ 87 Ensuite, comment les choix faits pour la forme-sonnet se situent-ils dans ce champ ?

@ 88 Ces mêmes questions, plus généralement, se posent pour toutes les formes poétiques qui s'appuient, dans leur constitution, de manière plus ou moins centrale, sur la disposition des rimes.

@ 89 On convient généralement de noter les rimes successives dans l'ordre alphabétique : a, b, ...

@ 90 Digression : la rime dans les ulcérations de GP.

@ 91 D'autres choix, des abréviations etc seront nécessaires à l'occasion, pour marquer des filiations, des aspects significatifs des divisions etc. Ce n'est pas une distinction absolument vide: la présentation du phénomène combinatoire, le passage d'une présentation à une autre.

@ 92 Les premières formules. On va énumérer toutes les formules de 1 à 6 événements.

@ 93 J'ajouterai différents commentaires hors sujet direct, historiques, etc...

@ 94 $n=1$ $R1=0$

@ 95 Digression : la question du monostiche.

@ 96 D'une part, dans les traditions rimées, il marque l'évasion hors du champ des rimes (see ex. 4 chantré) (see orange export) – cela crée une forme poétique (bien entendu il peut exister et existe dans les traditions non rimées) (les graffiti peuvent être parfois origine de found poems monostichiques; 'je hais ces murs rugueux qui abîment mes marqueurs') (la pub: 'je ne le cache pas votre argent m'intéresse').

@ 97 D'autre part, on peut envisager des moyens, des contraintes qui font intervenir la rime dans le monostiche: rime intérieure, antérieure,

@ 98 exe. 5 ah!

@ 99 exercice

@ 100 $n=2$ $R2=1$

@ 101 Une formule unique, la formule plate.

a a

@ 102 dig – présente seule, c'est le distique (exe 6 charles cros) (situation de chute de la poésie rimée)

@ 103 distique saturé : l'holorime – exe 7 Marmié

@ 104 disposition suivie sans limite fixe avec renouvellement constant des rimes. C'est la disposition plate caractéristique du théâtre français classique entre autres ainsi *Bérénice*, *Hugo* etc.

@ 105 exe. 8 cronamantial.

@ 106 $n=3$ $R3=1$

@ 107 Encore une seule formule

a a a

@ 108 Seule, ce serait un tristique ; disposition plate triple ?

@ 109 Répétée, en strophes de 3 vers monorimes exe. 9 Cros *l'archet* see exe. 10 guillaume IX *companho*

@ 110 Notations de la disposition strophique

(aaa) (bbb) (ccc) c'est la notation parenthésée
notation peignée.

@ 111 Remarque : il faut distinguer le parenthésage du groupement parenthésé, le peigne du groupement peigné.

@ 112 Introduction de la notation lussonienne, commentaire, exemples contrastifs.

@ Exercice : écrire une tragédie en cinq actes en alexandrins en rime plate triple.
(exemple *Andromaque* avec répétition du premier vers du triplet)

@ 114 $n=4$ $R4=4$

@ 115 Liste des formules:

R4,1 **a a a a** quatrain monorime.
(see vies de saints médiévales) (see lien avec genre)

R4,2 **a a b b** quatrain plat
(passim)

R4,3 **a b a b** quatrain alterné

Autre notation F (pour 'français' choix préférentiel des trouvères dans la forme-chanson; différentiel par rapport aux Troubadours, et préférence qui se poursuit dans la poésie française) (exemple Hugo 'elle était déchaussée' ou ex.11 'Demain dès l'aube') (see Hugo pour présence d'autres quatrains).

R4,4 **a b b a** quatrain embrassé

Autre notation: T pour 'troubadours' préférence combinatoire dans la canso. (on verra son influence sur la forme-sonnet). exe.12 Hugo – 3 exemples seulement dans les Contemplations; et très courts) (Booz)

@ 116 Unique parenthésage – notation parenthésée et interprétation

@ 117 Les peignes – notation peignée : imbrication, concaténation, enchassement.

@ 118 Notation lussonienne ou rythmique ; commentaire. début d'introduction des niveaux.

@ 119 L'ambiguïté fondamentale de l'interprétation d'une formule de rimes:
exemple de *abab* et de *abba*.

@ 120 Formules 'suspendues'.

exemples de *a a b*, *a a a b* (see guillaume neuf exe. 13 'pos de chantar')

@ 121 $n=5$ $R5=11$

@ 122 Enumération par ordre lexicographique. Déjà dans les listes précédentes.

@ 123 Liste des formules à 5 événements :

R5,1	a a a a a	quintil monorime
R5,2	a a a b b	
R5,3	a a b a b	tatarantara (commenter)
R5,4	a a b b a	
R5,5	a a b b b	
R5,6	a b a a b	tarantatara (<u>exe.19</u> ; lect.)
R5,7	a b a b a	
R5,8	a b a b b	
R5,9	a b b a a	
R5,10	a b b a b	(<u>exe.17</u>)
R5,11	a b b b a	

@ 124 Parenthésages (ponctuations)

@ 125 Peignes

@ 126 Groupements rythmiques.

@ 127 Une formule à 1 rime, 10 à 2 rimes.

@ 128 Formules plutôt peu nombreuses dans la tradition – n°2 guillaume IX exe.15, exe.16 – n°7 (exe.14 ; commentaire; see le 'balcon' exe.18)

@ 129 Les n°1 (1 ex), 4 et 5, 6,7 8, 9, 10(1 ex), 11, sont absentes des Troubadours – commenter le répertoire de Frank. – 2 ex de la n°2 – 3 de la n°3 (une seule canso).

@ 130 Chez les trouvères, d'après Mölk-Wolfzettel : 1:3; 2:24 surtout pop; 3:3; 4:0; 5:1; 6:0; 7: 0; 8: 1; 9:0; 10:0; 11:0.

@ 131 Hypothèse : que l'épuisement de la tradition rimée au 18-9^{ème} vient de la pauvreté immense des formules.

@ 132 n=6 R6=41

R6,1	a a a a a
2	a a a a b b
3	a a a b a b
4	a a a b b a
5	a a a b b b
6	a a b a a b
7	a a b a b a
8	a a b a b b
9	a a b b a a
10	a a b b a b
11	a a b b b a
12	a a b b b b
13	a a b b c c
14	a a b c b c
15	a a b c c b
16	a b a a a b
17	a b a a b a
18	a b a a b b
19	a b a b a a
20	a b a b a b
21	a b a b b a
22	a b a b b b
23	a b a b c c
24	a b a c b c
25	a b a c c b
26	a b b a a a

27	a b b a a b
28	a b b a b a
29	a b b a b b
30	a b b a c c
31	a b b b a a
32	a b b b a b
33	a b b b b a
34	a b b c a c
35	a b b c c a
36	a b c a b c
37	a b c a c b
38	a b c b a c
39	a b c b c a
40	a b c c a b
41	a b c c b a

@ 133 Pas d'exemples de toutes ces formules.

@ 134 On se bornera aux n° 14 & 15, pour des raisons liées à la question du sonnet.
exe. 20 & exe.21. (lect.).

@ 135 exe 23 formules 19 & 23. Réflexion sur l'archaïsme formel.

@ 136 On se rend compte que ça augmente vite. Ratio de la progression.

II – Calculs

@ 137 Comme j'ai dit il n'est pas inutile d'essayer d'évaluer le nombre des formules de rimes possibles pour un poème de 14 vers (et plus généralement pour un poème quelconque de n vers, de 1 à n).

@ 138 Une tradition poétique reposant sur la rime se situe quelque part dans ce paysage, ce territoire semé de lieux distincts, des points dans un plan etc... on peut envisager différentes représentations géométrico-topologiques.

@ 139 Le dénombrement n'est qu'un aspect d'une investigation descriptive plus vaste.

@ 140 On peut se poser le problème de l'énumération (et le dénombrement, comme on verra impose le choix d'un principe convenable d'énumération). Jusqu'ici j'ai choisi l'ordre lexicographique, mais ce n'est pas le plus efficace.

@ 141 On peut rechercher aussi, généralement, abstraitement, un principe de construction qui parte de quelques dispositions élémentaires, courtes, simples, et les 'compose' selon des principes peu nombreux convenablement choisis. C'est la voie de la TRAM.

@ 142 On peut appliquer au cas de certaines traditions rimiques (la canso des troubadours, le sonnet) les modes de construction généraux ainsi mis en évidence. Cela permet de faire apparaître la particularité d'une tradition donnée dans une forme.

@ 143 On peut également rechercher des chemins dans le champ, par transformation de formules existantes (cela fera par exemple intervenir l'histoire de la forme).

@ 144 Toutes ces questions sont difficiles, peu explorées; les outils combinatoires nécessaires souvent n'existent pas, et il faut les inventer

@ 145 ou existent dans des régions de la combinatoire où on ne s'attendrait pas à les rencontrer, et il faut avoir la chance de faire ces rencontres.

@ 146 Enfin, et ce n'est pas la moindre difficulté, il faut pouvoir décrire cela assez simplement, pour se faire comprendre; mais pas seulement pour cette raison.

@ 147 Le Principe de la Prédominance du Simple (tellement naturel dans la démarche scientifique qu'il peut facilement faire oublier que le principe contraire n'est pas moins important) peut être invoqué pour 'organiser' des champs de ce type (aussi bien du côté de la construction, que de celui de la réception, perception).

@ 148 En commençant par l'examen des formules de rimes abstraites, littéralisées, je vise évidemment le fait que cette abstraction permet évidemment d'appliquer les mêmes outils d'investigation à des phénomènes fort éloignés de celui de la rime (les mètres par exemple; la musique, etc..). De plus, à cause de la duplicité évidente des dispositions strophiques dont j'ai déjà parlé à propos du quatrain, le champ des rimes peut être considéré comme un champ privilégié de la recherche rythmique, à la fois pour des raisons combinatoires et pour des raisons de substance (le rôle de la mémoire).

@ 149 Dans le cas de formes poétiques utilisant de manière essentielle non seulement la rime elle-même mais l'agencement différentiel des rimes (ce sont elles que j'étudierai en premier) la formule abstraite n'est pas la seule donnée pertinente. La nature des rimes (timbres), leur fonction (dans le vers), ... sont évidemment à étudier ensuite.

@ 150 **Nombres de Stirling de deuxième espèce ; nombres de Bell.**

@ 151 Il faut penser qu'il s'agit de séquentialité, pas d'ensembles amorphes; ensembles finis ordonnés (finis de cardinal petit).

@ 152 On s'occupe de séquences ordonnées, notées littéralement. Il y a deux sortes de séquences 'extrêmes' dans le champ: par exemple, à 9 événements

seq 1 **a b c d e f g h i**

@ 153 Tous les éé y sont distincts, renouvelés à chaque coup. C'est la séquence chromatique.

@ 154 A l'autre extrême, la séquence de 'mêmes' construite par décision itérée de mêmeté (cf. Pierre Lusson),

seq 2 **a a a a a a a a**

C'est la séquence métronomique.

@ 155 On s'intéresse à ce qui se passe 'entre' ces 'pôles', le pôle du même et le pôle du différent.

@ 156 Une formule de rime, par exemple

seq 3 **a b c c a b b c a**

formule à 3 rimes sur 9 'vers' ou événements ou strophe de 9 vers peut être examinée de bien des manières.

@ 157 Il y a deux points de vue très naturels. L'un consiste à considérer que l'on a introduit des mêmetés dans la séquence chromatique en 'identifiant' ou en rendant 'équivalents' les événements 1-4-9, les *ée* 2-5-6 et 3-4-8 respectivement; l'autre que dans la séquence métronomique on a différencié.: d'abord les *ée* 2-5-6, puis les *ée* 3-4-8. Les deux 'points de vue' sont en 'dualité': ils conduisent à la même séquence résultante, ils conduisent aux mêmes dénombrements; ils sont cependant tout à faits différents.

@ 158 Ils diffèrent du point de vue de leur sens formel, et en conséquence du point de vue de l'esthétique formelle.

@ 159 Je vais faire l'exposé du point de vue premier, celui des mêmetés.

@ 160 La formule de rimes écrite plus haut définit une relation d'équivalence (une partition dans l'intervalle 1-9 de **N**) dans la séquence ordonnée seq 1.

@ 161 Le dénombrement des relations d'équivalence est donc une tâche préliminaire.

@ 162 Il faut alors introduire une distinction. La seq 1 peut être considérée comme une équivalence où aucune identification d'*ée* distincts ne se produit, où chaque *ee* est isolé. Dans la seq 2 tous les *ée* sont identifiés. On obtient la formule de rimes monorime. Les formules de rimes proprement dites sont celles pour lesquelles l'équivalence correspondante ne laisse aucun *ée* isolé.

@ 163 Introduisons alors une nouvelle distinction: parmi les séquences à *n* *ée* certaines seront des formules de rimes. Leur nombre sera noté **R_n**. Le nombre total des séquences munies d'une relation d'équivalence sera noté **B_n**. C'est le nombre de Bell ou nombre exponentiel à *n* *ée*. Les séquences comportant au moins un *ee* isolé s'appelleront formules **estrams**. Leur nombre sera noté **E_n**.

@ 164 On a évidemment, ce n'est pas trop dur :

$$\mathbf{B_n = R_n + E_n.}$$

En effet, dans une équivalence ou bien tout *ée* est identifié à un *ée* distinct de lui, ou bien il y a au moins un *ée* isolé.

@ 165 Pourquoi le terme 'estramp'. Il se réfère à une particularité de la forme canso des troubadours, où un jeu très important résulte de la décision de suspendre la résolution de certains timbres à l'intérieur de la strophe pour ne donner la réponse à une rime que dans une strophe ultérieure. (La forme-canso est une forme à plusieurs strophes.)

@ 166 Les Troubadours ont poussé ce jeu très loin. exe. 24 ; exe.25 (recommandé par Dante dans le dve; toutes les rimes y sont estrams).

@ 167 C'est un redoublement de raffinement sur ce jeu de l'estramp qui est à l'œuvre dans une des cansos les plus célèbres (par sa postérité) d'ARNAUT DANIEL, la sextine (see Pierre Lartigue).

@ 168 La voie 'royale' mathématique conduisant au dénombrement des relations d'équivalence (et partitions) et accessoirement du nombre des formules de rimes (et d'autres dénombrements associés) n'est pas celle que je suivrai.

@ 169 J'indique pour mémoire qu'elle est 'analytique' et utilise des développements de séries dites génératrices; ou bien des relations de récurrence. Je vous renvoie aux publications spécialisées (les nombres de Bell sont associés aux nombres de Stirling $S(n,k)$ dits de seconde espèce, qui déterminent, parmi les relations d'équivalence, partition, celles qui divisent les n événements en k familles).

@ 170 Donnons pour les amateurs quelques résultats

@ 171 $B_n = \sum_{1 \leq k \leq n} S(n,k)$

@ 172 Fonction génératrice $\sum B_n t^n / n! = \exp(\exp t - 1)$; avec $B_0 = 1$

@ 173 Récurrence $b(n+1) = \sum_k \binom{n}{k} B(k)$ (coefficient du binôme)

@ 174 Représentation par une série convergente – $B(n) = 1/e \sum h^n / n!$

@ 175 $S(n,k) = 1/k! \sum_j (-1)^j \binom{k}{j} (k-j)^n$.

@ 176 Récurrence triangulaire – $S(n,k) = S(n-1,k-1) + kS(n-1,k)$ pour $n, k \geq 1$
avec $S(n,0) = S(0,k) = 0$ et $S(0,0) = 1$

(see Becker, Riordan *the arithmetic of Bell and Stirling numbers* – *American Journal of Mathematics* 70 (1948) 385-94).

@ 177 Je vais suivre une voie plus directe, entièrement élémentaire et pragmatique, ne comportant pas une démonstration rigoureuse mais donnant quelques uns des ingrédients nécessaires à une démonstration.

@ 178 Elle a l'avantage de décrire un mode d'énumération fort intéressant.

@ 179 Je vais suivre cette méthode sur les premiers cas.

@ 180 On peut poursuivre, mais comme les nombres et les listes impliquées croissent rapidement (on en a déjà eu une idée), le temps passé, le coût en temps, devient vite prohibitif.

@ 181 C'est pourquoi j'aurais recours, comme tout un chacun en fait, à un auxiliaire.

@ Je vais en fait commencer par là, c'est à dire donner un premier résultat numérique.

@ 182 Il existe un outil très précieux pour les combinatoriciens (un peu ancien, 20 ans environ, on attend la nouvelle version plus moderne, plus énorme), dû à N. J. A. Sloane du *Mathematics Research Center des Bell Telephone Laboratories*. Son titre

A Handbook of Integer Sequences.

@ 183 Le principe est le suivant. On rencontre une séquence d'entiers associés à des objets ayant certaines propriétés. On connaît les premiers termes de cette séquence, On voudrait en trouver d'autres. On cherche dans le Sloane. Dans le sloane les séquences sont rangées par ordre 'lexicographique' au sens suivant : il y a d'abord les séquences commençant par 1,2 rangées en commençant par celles qui ont pour début 1,2,3, puis par celles qui ont pour début 1,2,4 etc....

@ 184 Prenons un exemple : soit la séquence que j'ai trouvée dans mes recherches (je connais les 7 premiers termes) : 1,2,3, 5, 7, 11, 13. 'Je cherche dans le sl et je tombe sur les seq 241 et 142 l'une est désignée par PRIMES, l'autre par A RESTRICTED CLASS OF PRIMES. Dans chaque cas une référence m'indique où je peux trouver plus de renseignements. Mais et surtout, sl me donne les termes suivants de chaque séquence. Si je peux calculer les termes suivants de 'ma' suite, 17, 19, 23 je vois qu'il s'agit plutôt de la séquence des nombres premiers et pas de l'autre qui a 17, 19, 31. J'en déduis donc que ma séquence, parmi les séquence connues 'ressemble' le plus à la séquence des nombres premiers. A moi de me débrouiller ensuite.

@ 185 Le mode d'énumération de la séquence des nombres de relations d'équivalence sur n objets, ou nombres de Bell que je décrirai ultérieurement me conduit à $B_1=1$ $B_2=5$ $B_3=15$ $B_4=52$. Il paraît correct puisque je trouve alors tout de suite dans la table la seq 585, intitulée BELL NUMBERS, qui me fournit les 19 premiers termes. Voici les nombres de Bell de 1 à 14 (en fait je n'ai besoin que des 13 premiers).

@ 186 Les 14 premiers nombres de Bell.

B1	1
B2	2
B3	5
B4	15
B5	52
B6	203
B7	877
B8	4.140
B9	21.147
B10	115.975
B11	678.570
B12	4.213.597
B13	27.644.437
B14	190.899.322

@ 187 La détermination de R_n .

@ 188 Il y a un théorème, le théorème de Becker (1940, si je ne m'abuse) qui peut s'exprimer, en utilisant les notations introduites ici par la formule :

$$R_n = E_{n-1}$$

@ 189 Autrement dit: le nombre des formules de rimes sur n rimes est égal au nombre des relations d'équivalence estramps, c'est à dire ayant au moins un événement isolé.

@ 190 La méthode d'énumération des formules que je vais exposer constitue une ébauche de démonstration possible du théorème de Becker (que j'ai eu la paresse d'aller chercher dans la littérature).

@ 191 Admettons le théorème. Comme nous avons $B_n = R_n + E_n$, il vient aussi

$$B_{n-1} = R_{n-1} + E_{n-1} = R_{n-1} + R_n \text{ donc}$$

$$R_n = B_{n-1} - R_{n-1}$$

@ 192 Connaissant les nombres de Bell cette formule permet de calculer les R_n de proche en proche. Ce qui donne (en vérifiant dans SLOANE 1387 qui donne EXPAN-SION $\text{EXP}(\text{EXP}(X) - 1 - X)$).

R1	0
R2	1
R3	1
R4	4
R5	11
R6	41
R7	162
R8	715
R9	3.425
R10	17.722
R11	98.253
R12	580.317
R13	3.633.280
R14	24.011.157

@ 193 Remarques – ça grandit très vite.

- Si vous voulez faire un ' quatorzain ' vous avez un assez grand choix plus de 24 millions de formules, de 1 à 7 rimes.

- Il y a presque autant de formules de rimes à n rimes que de relations d'équivalence à n-1 rimes.

III

@ 194 Venons-en à la construction directe, de proche en proche.

@ 195 Commençons par B3 (et E3) (qui nous donne R4, nombre des quatrains distincts, sachant que R3 vaut 1, d'après le théorème de Becker; mais nous ne supposons pas ce théorème maintenant).

@ 196 Enumérons les partitions de B(3)

1	a	b	c
2	a	b-c	
3	a-b	c	
4	a-c	b	
5	a-b-c		

@ 197 E(3) se compose des n°1 à 4.

@ 198 Solidarisons tous les $\acute{e}e$ isolés dans les partitions de E(3) et ajoutons-y un nouvel $\acute{e}e$ d. Il vient :

- 1 (abcd)
- 2 ((ad)(bc))
- 3 ((ab)(cd))
- 4 ((ac)(bd))

@ 199 Identifions les $\acute{e}e$ contenus dans les parenthèses, de gauche à droite, et écrivons le résultat en respectant l'ordre a b c d

- 1 aaaa
- 2 abba
- 3 aabb
- 4 abab

@ 200 On obtient bien une énumération de R(4). Et la transformation est réversible. On obtient toutes les formules une fois et une seule.

@ 202 Construction de B(4), par expansion de B(3) (adjonction d'un nouvel $\acute{e}e$ d en toutes les positions possibles).

@ 203 Dans la première partition de B(3), a b c, on peut placer d de quatre manières possibles :

- 1 a b c d
- 2 a b c-d
- 3 a b-d c
- 4 a-d b c

Dans la seconde a b-c, il y a trois possibilités (qui ne se confondent avec aucune des précédentes)

- 5 a b-c d
- 6 a b-c-d
- 7 a-d b-c

ensuite, dans a-b c

- 8 a-b c d
- 9 a-b c-d
- 10 a-b-d c

de même, a-c b donne

11 a-c b d

12 a-c b-d

13 a-c-d b

enfin, de a-b-c on déduit

14 a-b-c d

15 a-b-c-d

@ 204 On constate bien que $E(4)$ se compose de 11 partitions que j'énumère, en renumérotant

1 a b c d

2 a b c-d

3 a b-d c

4 a-d b c

5 a b-c d

6 a b-c-d (le n°7 de $B(4)$ n'a pas d'élé isolé)

7 a-b c d

8 a-b-d c

9 a-c b d

10 a-c-d b

11 a-b-c d

@ 205 par solidarisation des éléments isolés dans $E(4)$ et adjonction du nouvel élément e , on obtient les formules parenthésées 'chromatiques'.

1 (abcde)

2 ((abe)(cd))

3 ((ace)(bd))

4 ((ad)(bce))

5 ((ade)(bc))

6 ((ae)(bcd))

7 ((ab)(cde))

8 ((abd)(ce))

9 ((ac)(bde))

10 ((acd)(be))

11 ((abc)(de))

@ 206 Construction des formules de rimes de R(5).

- 1 aaaaa
- 2 aabba
- 3 ababa
- 4 abbab
- 5 abbaa
- 6 abbba
- 7 aabbb
- 8 aabab
- 9 ababb
- 10 abaab
- 11 aaabb

@ 207 Revenir en arrière pour montrer que c'est ainsi à partir de $n=1$.

@ 208 Construction des formules de B(5), E(5) et R(6) selon les dispositions parenthésée, rimique, peignée et rythmique (exercices à traiter partiellement pendant le bavardage). Le mode d'énumération est le même, à partir de B(4).

1	1	a	b	c	d	e	(abcdef)	aaaaaa
	2	a	b	c	d-e		((abcf)(de))	aaabba
	3	a	b	c-e	d		((abdf)(ce))	aababa
	4	a	b-e	c	d		((acdf)(be))	abaaba
	5	a-e	b	c	d		((aef)(bcd))	abbbaa
2	6	a	b	c-d	e		((abef)(cd))	aabbba
	7	a	b	c-d-e			((abf)(cde))	aabbba
	8	a	b-e	c-d			((af)(be)(cd))	abccba
	9	a-e	b	c-d			((ae)(bf)(cd))	abccab
3	10	a	b-d	c	e		((acef)(bd))	ababaa
	11	a	b-d	c-e			((af)(bd)(ce))	abcba
	12	a	b-d-e	c			((acf)(bde))	ababba
	13	a-e	b-d	c			((ae)(bd)(cf))	abcbac
4	14	a-d	b	c	e		((ad)(bcef))	abbabb
	15	a-d	b	c-e			((ad)bf)(ce))	abcacb
	16	a-d	b-e	c			((ad)(be)(cf))	abcabc
	17	a-d-e	b	c			((ade)(bcf))	abbaab
5	18	a	b-c	d	e		((adef)(bc))	abbaaa
	19	a	b-c	d-e			((af)(bc)(de))	abbcca
	20	a	b-c-e	d			((adf)(bce))	abbaba
	21	a-e	b-c	d			((ae)(bc)(df))	abbcac

6	22	a	b-c-d	e	((aef)(bcd))	abbbaa	
	23	a	b-c-d-e		((af)(bcde))	abbbba	
7	24	a-d	b-c	e	((ad)(bc)(ef))	abbacc	
8	25	a-b	c	d	e	((ab)(cdef))	aabbbb
	26	a-b	c	d-e		((ab)(cf)(de))	aabccb
	27	a-b	c-e	d		((ab)(ce)(df))	aabcbc
	28	a-b-e	c	d		((abe)(cdf))	aabbab
9	29	a-b	c-d	e		((ab)(cd)(ef))	aabbcc
10	30	a-b-d	c	e		((abd)(cef))	aababb
	31	a-b-d-e	c			((abde)(cf))	aabaab
11	32	a-c	b	d	e	((ac)(bdef))	ababbb
	33	a-c	b	d-e		((ac)(bf)(de))	abaccb
	34	a-c	b-e	d		((ac)(be)(df))	abacbc
	35	a-c-e	b	d		((ace)(bdf))	ababab
12	36	a-c	b-d	e		((ac)(bd)(ef))	ababcc
13	37	a-c-d	b	e		((acd)(bef))	abaabb
	38	a-c-d-e	b			((acde)(bf))	abaaab
14	39	a-b-c	d	e		((abc)(def))	aaabbb
	40	a-b-c-e	d			((abce)(df))	aaabab
15	41	a-b-c-d	e			((abcd)(ef))	aaaabb

@ 209 Introduire la notation en arbre

@ 210 Comparer les ordres d'énumération.

@ 211 Exercice: passer au 'cran' suivant.

@ 212 Le point. On dispose maintenant d'un mode d'énumération et de dénombrement (différents modes) de toutes les formules de rimes et aussi de modes de description-présentation.

@ 213 Remarque : le mode parenthésé introduit pour le dénombrement n'est encore ici qu'un mode auxiliaire permettant d'atteindre le mode peigné, ou le mode-rythmique (mention-mémoire).

@ 214 Revenons un peu sur les quantités.

- Le nombre total des partitions (formules de rimes y compris les estramps), des dispositions de rimes pour des poèmes ou plutôt des strophes ayant de 1 à 14 unités (vers)

B1	000.000.001
B2	000.000.002
B3	000.000.005
B4	000.000.015
B5	000.000.052
B6	000.000.203

B7	000.000.877
B8	000.004.140
B9	000.021.147
B10	000.115.975
B11	000.678.570
B12	004.213.597
B13	027.644.437
B14	190.899.322

B1-14 223.578.343

R1	000.000.000
R2	000.000.001
R3	000.000.001
R4	000.000.004
R5	000.000.011
R6	000.000.041
R7	000.000.162
R8	000.000.715
R9	000.003.425
R10	000.017.722
R11	000.098.253
R12	000.580.317
R13	003.633.280
R14	024.011.157

R1-14 028.245.089

@ 215 Il n'est pas inutile, pense-je, d'ajouter à ces deux listes celle des nombres de formules Estramps à n événements, En. En tenant compte du théorème de Becker et de la relation $B_n = E_n + R_n$, il suffit de calculer E14, et aussi E1-14

E1	000.000.001
E2	000.000.001
E3	000.000.004
E4	000.000.011
E5	000.000.041
E6	000.000.162
E7	000.000.715
E8	000.003.425

E9	000.017.722
E10	000.098.253
E11	000.580.317
E12	003.633.280
E13	024.011.157
E14	166.888.165

E1-14 195.333.254

IV

@ 216 Un découpage élémentaire du champ. Les énumérations et quantités précédentes sont globales. Il est bon d'évaluer également comment se répartissent les formules; plus précisément: étant données n rimes, combien y a-t-il de formules à 1 rime (il y en a une seule, la formule monorime), à 2 rimes, à k rimes (pour tout k situé entre 1 et n).

@ 217 Les nombres de Stirling de seconde espèce $S(n,k)$ nous disent combien il y a de partitions (ou équivalences) d'une séquence de n rimes en k morceaux. Certaines de ces partitions donnent naissance à des formules de rimes strictes, et à des formules estramps. Notons $R(n,k)$ le nombre des formules strictes de longueur n à k rimes, $E(n,k)$ celui des formules estramps. On a évidemment

$$S(n,k) = R(n,k) + E(n,k)$$

@ 218 Décrivons un procédé d'énumération des formules $R(n,k)$ qui permet l'évaluation de ces nombres de proche en proche, par récurrence. (il en résulte une nouvelle manière, directe, de calculer $R(n)$, assez fastidieuse cependant).

@ 219 Reportons-nous à $R(4)$, la première fois où nous rencontrons des formules à 2 rimes. Il y en a 3 :

a-b c-d
a-c b-d
a-d b-c

@ 220 A partir de ces 3 formules, on peut bâtir des formules à 2 rimes sur 5 événements en plaçant la nouvelle rime, e , soit dans le premier, soit dans le second ensemble de ces partitions. cela donne :

a-b-e c-d
a-b c-d-e
a-c-e b-d

a-c	b-d-e
a-d-e	b-c
a-d	b-c-e

@ 221 Cela fait 6 formules, soit $2R(4,2)$.

@ 222 Mais on peut aussi obtenir des formules à 2 rimes sur 5 vers (appelons vers les événements dans ce contexte, pour fixer les idées), d'une autre manière. Il suffit d'agglutiner la nouvelle rime, e, à la rime isolée de toute formule à 4 rimes, ayant une seule rime estramp. Il y en a exactement 4, une pour chaque événement, à savoir :

a	b-c-d
a-c-d	b
a-b-d	c
a-b-c	d

@ 223 On a donc : $R(5,2)=6+4=10= 2R(4,2)+4$.

@ 224 On voit aussitôt qu'il est possible de procéder exactement de la même manière pour passer au 'cran' suivant. Donc

$R(6,2)= 2R(5,2)+5= 25$, ce qu'il est facile de vérifier sur la liste établie ci-dessus.

@ 225 Ecrivons la formule de récurrence

$R(n+1,2)= R(n,2)+n$. $R(4,2)=3$ (ou même, en commençant la récurrence à 3: $R(3,2)=0$).

@ 226 D'où les valeurs successives des $R(n,2)$ (qu'on trouve aussi dans le SLOANE, suite sl.1141

R(1,2)	0.000
2	0.000
3	0.000
4	0.003
5	0.010
6	0.025
7	0.056
8	0.119
9	0.246
10	0.501
11	1.012
12	2.035
13	4.082
14	8.177

@ 227 On remarquera que la croissance de $R(n,2)$ est 'raisonnable'.

@ 228 On remarquera aussi qu'on peut l'évaluer directement par la formule :

$$R(n,2) = 2n - 1 - n - 1, \text{ dès que } n \text{ est au moins } 3.$$

@ 229 Encouragés par ce succès, attaquons-nous au cas, suivant, celui des formules à 3 rimes. Il est clair qu'une partie des nouvelles formules s'obtiendra en plaçant la nouvelle rime dans une formule à 3 rimes déjà obtenue, et ceci peut se faire de 3 manières différentes. On aura donc un premier terme de la forme $3R(n,3)$.

@ 230 Mais on peut également placer la nouvelle rime dans une formule estompée à une seule rime isolée. cette rime peut être n'importe laquelle (donc n choix); mais ce qui 'reste' dans la formule estompée doit être une formule à 2 rimes, ayant donc n-1 événements, et cela fait chaque fois $R(n-1,2)$ choix possibles. D'où la formule de récurrence : (établir sur exemple de $n=6$?)

$$R(n+1,3) = 3R(n,3) + nR(n-1,2) \quad - \quad R(5,3) = 0 \text{ (d'où } R(6,3) = 0 + 5 \times 3 = 15).$$

@ 231 Cette séquence figure également dans SLOANE, sl.2138 :

R(1,3)	000.000
2	000.000
3	000.000
4	000.000
5	000.000
6	000.015
7	000.105
8	000.490
9	001.918
10	006.825
11	022.935
12	074.316
13	235.092
14	731.731

@ 232 Ça va plus vite, de l'ordre d'une progression géométrique de raison 3 (et pas 2 comme précédemment).

@ 233 Emportés par notre élan, nous écrivons d'emblée le résultat pour l'évaluation du nombre des formules à k rimes distinctes sur n vers :

$$R(n+1,k) = kR(n,k) + nR(n-1,k-1) \quad - \quad R(2k-1,k) = 0$$

@ 234 On observera que le premier terme non nul pour $k=4$ vaut $7R(6,3)$ soit $3 \times 5 \times 7 = 105$.

@ 235 Exercice : calculer directement le nombre des formules à 7 rimes sur 14 vers.

@ 236 Exercice : calculer d'après les résultats précédents, le nombre des formules à 4, 5, 6 et 7 rimes pour les strophes de 8 à quatorze vers. (16 nombres à calculer).

@ 237 Complément – tableau des nombres de Stirling, composantes des nombres de Bell, donc nombre des formules de rimes estramps et strictes à 2, 3 ... 7 événements.

@ 238 (dig.) Exercice de 'tireur à la ligne' rimique. see exemple de Banville. (de 6 à 7).

(à suivre)